

Fachkompetenzen

Die Schülerin, der Schüler lernt

- **mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen:** mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten, Techniken und Verfahren im realen Kontext anwenden
Abstraktions- und Formalisierungsprozesse, Verallgemeinerungen und Spezialisierungen erkennen und anwenden
mathematische Werkzeuge wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software und spezifische informationstechnischen Anwendungen sinnvoll und reflektiert einsetzen
- **mathematische Darstellungen verwenden:** verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten aus allen inhaltlichen Bereichen je nach Situation und Zweck nutzen und zwischen ihnen wechseln
Darstellungsformen analysieren und interpretieren, ihre Angemessenheit, Stärken und Schwächen und gegenseitigen Beziehungen erkennen und bewerten
- **Probleme mathematisch lösen:** in innermathematischen und realen Situationen mathematisch relevante Fragen und Probleme formulieren, für vorgegebene und selbst formulierte Probleme geeignete Lösungsstrategien auswählen und anwenden, Lösungswege beschreiben, vergleichen und bewerten
- **mathematisch modellieren:** technische, natürliche, soziale und wirtschaftliche Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen,
Situationen in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen, im jeweiligen mathematischen Modell arbeiten, Ergebnisse situationsgerecht interpretieren und prüfen,
Grenzen und Möglichkeiten der mathematische Modelle beurteilen
- **mathematisch argumentieren:** Situationen erkunden, Vermutungen aufstellen und schlüssig begründen, mathematische Argumentationen, Erläuterungen, Begründungen entwickeln, Schlussfolgerungen ziehen, Beweismethoden anwenden, Lösungswege beschreiben und begründen
- **kommunizieren und kooperieren:** Mathematische Sachverhalte verbalisieren, begründen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich und in unterschiedlichen Repräsentationsformen darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien, die Fachsprache korrekt und adressatengerecht verwenden
Aussagen und Texte zu mathematischen Inhalten erfassen, interpretieren und reflektieren
gemeinsame Arbeit an innermathematischen und außermathematischen Problemen planen und organisieren
Über gelernte Themen der Mathematik reflektieren, sie zusammenfassen, vernetzen und strukturieren

Zahl und Variable			
Schülerinnen und Schüler entwickeln ein Gespür und Grundkenntnisse darüber, wie ein mathematischer Beweis aufgebaut ist, vertiefen die Begriffe Voraussetzung, Behauptung und Beweisführung und lernen wichtige Beispiele für verschiedene Beweisverfahren kennen.			
Fertigkeiten	Kenntnisse	Inhalte	Methodisch-didaktische Hinweise
Lehrsätze erläutern, Beweise nachvollziehen und Aussagen beweisen	Notwendige und hinreichende Bedingung Das Prinzip der vollständigen Induktion	Vorgangsweise bei beim Schluss von n auf $n+1$ Bernoulli- Ungleichung Binomialkoeffizienten und deren Symmetrie Grenzwertbeweise Regel von de l'Hospital	Beispiel für indirekte Beweise und geometrische Beweise aus Aufgaben der bisherigen Abschlussprüfung Existenz- und Eindeutigkeitsüberlegungen Nullstellensatz, Satz von Rolle, Mittelwertsatz der Differentialrechnung und Integralrechnung mit Anwendungen

Ebene und Raum			
Schülerinnen und Schüler entwickeln ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter und können durch die Vereinfachungen die sich durch die Verwendung der Vektoren ergeben Berechnungen an geometrischen Objekten vornehmen. In der analytischen Geometrie werden ganz nebenbei die algebraischen Fertigkeiten wiederholt und verfeinert (Gleichungen, Gleichungssysteme)			
Fertigkeiten	Kenntnisse	Inhalte	Methodisch-didaktische Hinweise
geometrische Objekte in räumlicher Koordinatendarstellung darstellen und interpretieren und damit geometrische Probleme lösen	geometrische Orte	Geraden, Ebenen als geometrische Orte Kugel als geometrischer Ort, Kegelschnitte Kreis, Ellipse, Hyperbel und Parabel als Ortslinien Kugelkoordinaten	Aufbauend auf die in der 4. Klasse behandelten Beispiele Veranschaulichung der Ortslinien mit Geogebra Ellipse, Hyperbel, und Parabel als weitere Kegelschnitte

Relationen und Funktionen

Funktionen sind ein zentrales Mittel zur mathematischen Beschreibung quantitativer Zusammenhänge. Mit ihnen lassen sich Phänomene der Abhängigkeit und der Veränderung von Größen erfassen und analysieren. Funktionen eignen sich für Modellierungen für eine Vielzahl von Realsituationen. Schülerinnen und Schüler entwickeln ein grundlegendes Verständnis von funktionalen Abhängigkeiten. Sie sollen verstehen, wann und warum verschiedene Funktionstypen in der Modellierung zum Einsatz kommen und wo die Grenzen eines Modelles liegen.

Dem Thema Differentialrechnung voraus gehen die Wiederholung/Ergänzung von Folgen und Grenzwertbegriff, Stetigkeit und asymptotisches Verhalten von Funktionen. Der Begriff der Ableitungsfunktion wird zuerst anschaulich-graphisch eingeführt. Die Formalisierung erlaubt anschließend die Einführung einfacher und anspruchsvollerer Regeln. Besonderes Augenmerk wird der Anwendung der Kettenregel geschenkt.

An Polynomfunktionen werden verschiedene Aspekte der Kurvendiskussion geübt, für die Suche nach Extrempunkten und Wendepunkten notwendige bzw. hinreichende Kriterien entwickelt. Sogenannte „Umkehraufgaben“ sind für die begriffliche Festigung besonders günstig. Bei der Behandlung von Extremwertaufgaben werden systematische Lösungsverläufe und Vereinfachungsmöglichkeiten aufgezeigt, auch anhand außermathematischer Beispiele. Rationale Funktionen werden ausführlich diskutiert. Die breite Anwendungspalette beim Modellieren von Problemen wird später anhand von Aufgaben durchgespielt.

Integralrechnung: Zunächst wird das Integrieren als Umkehrung des Differenzierens eingeführt, anschließend das „Rezept“ für Flächenberechnungen angegeben und erprobt, später Flächeninhaltsfunktion und Hauptsatz in einfacher Form besprochen. Die Schüler setzen sich auch mit den wichtigsten Integrationsverfahren und weiteren Deutungen und Anwendungen des Integrals auseinander. Es folgen Beispiele zur numerischen Berechnung von bestimmten Integralen.

Differentialgleichungen einfacher Art geben Gelegenheit zu Ausblicken in geometrische und physikalische Anwendungsbereiche.

Fertigkeiten	Kenntnisse	Inhalte	Methodisch-didaktische Hinweise
das Änderungsverhalten von Funktionen und den Einfluss von Parametern auf die qualitativen Eigenschaften einer Funktion mit mathematischen Begriffen erfassen und beschreiben und für die grafische Darstellung der Funktion nutzen	Eigenschaften verschiedener Funktionstypen, notwendige und hinreichende Bedingungen für lokale Extrem- bzw. Wendestellen	Ausbau der Differentialrechnung: gebrochen rationale Funktionen, Wurzelfunktionen, trigonometrische Funktionen mit Umkehrfunktionen, Exponentialfunktion und Logarithmus Produkt- und Quotientenregel, Kettenregel, implizites Differenzieren, Ableitung der Umkehrfunktion Umkehraufgaben Funktionenscharen Extremwertaufgaben optional: Entwicklung von Funktionen in Taylorreihen, Näherungskurven ermitteln	Wiederholung aus der 4. Klasse Wiederholung Newton-Verfahren Herleitungen nach Möglichkeit mittels Differentialquotienten oder durch implizites Differenzieren über die Umkehrfunktion (z. B. Arcus-Funktionen) Hervorheben charakteristischer Punkte in der graphischen Darstellung (händisch und mit digitalen Hilfsmitteln)
Fertigkeiten	Kenntnisse	Inhalte	Methodisch-didaktische Hinweise

das Integral von elementaren Funktionen berechnen	Stammfunktion, Integrierbarkeit, bestimmtes Integral, Integrationsverfahren	Das unbestimmte Integral, Stammfunktion Das bestimmte Integral, Eigenschaften, uneigentliche Integrale Integrationsverfahren: Substitutionsregel und partielle Integration, Partialbruchzerlegung	einfache pragmatische begriffliche Einführung Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren erkennen Grundverfahren als Umkehrung entsprechender Differentiationsregeln kennenlernen und üben
verschiedene Deutungen des bestimmten Integrals geben sowie Flächen und Volumen mit Hilfe der Integralrechnung bestimmen	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Integralfunktion (Flächeninhaltsfunktion) mit Anwendungen und Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung Anwendungen in der ebenen und räumlichen Geometrie: Volumen von Drehkörpern, Länge eines Kurvenbogens Uneigentliche Integrale Mittelwertsatz der Integralrechnung, Anwendung zur Mittelwertberechnung Physikalische Anwendungen (Mechanik und Elektrizitätslehre)	Flächen- und Volumsberechnungen üben Wichtige Anwendungen der Integralrechnung in Geometrie und Physik kennen und anwenden lernen Weitere Anwendungen der Integralrechnung kennen lernen, Bezug zur Physik erkennen Wiederholung von Integrationsmethoden
numerische Methoden zur Abschätzung bestimmter Integrale anwenden	Numerische Integrationsverfahren	Näherungsweise Berechnung von Flächeninhalten, numerische Integration (Trapezmethode, Simpson-Verfahren, Kepler-Fassregel)	einfache Näherungsverfahren als Hilfe bei nicht oder schwer analytisch integrierbaren Funktionen kennenlernen
Probleme aus der Physik und anderen Bereichen bearbeiten	lineare Differentialgleichungen	Einfache Differentialgleichungen: Form $y' = f(x)$, Trennung der Variablen, die Differentialgleichung $y' = k \cdot y$, Anwendungen (z.B. radioaktiver Zerfall)	Differentialgleichungen als Beschreibungsmittel ansatzweise kennen und lösen lernen

Fertigkeiten	Kenntnisse	Inhalte	Methodisch-didaktische Hinweise
Prozesse aus der Technik sowie aus den Natur-, Sozial- oder Wirtschaftswissenschaften anhand gegebenen Datenmaterials mittels bekannter Funktionen, auch durch Nutzung von Rechnern, modellieren und verschiedene Modelle vergleichen sowie ihre Grenzen beurteilen	Optimierungsprobleme Konzept des mathematischen Modells	Fächerübergreifender Themenbereich Radioaktivität: Modellbildung am Beispiel des Zerfallsgesetzes Wachstum und Zerfall, Entwicklung einer Population	

Daten und Zufall			
Die Analyse und Bewertung von Datenmaterial bietet die Grundlage für Entscheidungen sowie für die Abschätzung von Chancen und Risiken. Wahrscheinlichkeiten (Wahlprognosen, Glücksspiele, Wetterprognosen u.a.) dienen der Beschreibung von Zufallsphänomenen und ermöglichen Prognosen. Schülerinnen und Schüler entwickeln ein grundlegendes Verständnis von Prognosen und Simulationen.			
Fertigkeiten	Kenntnisse	Inhalte	Methodisch-didaktische Hinweise
Statistische Informationen und Daten unterschiedlichen Ursprungs bewerten und zu Zwecken der begründeten Prognose nutzen	Stichprobentheorie, statistische Kenngrößen	Schließende Statistik Streubereiche Hypothese und Alternativhypothese Irrtumswahrscheinlichkeit Testverfahren Testen von Hypothesen	Signifikanzniveau Fehler erster und zweiter Art einseitiger und zweiseitiger Test
Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen bestimmen	Zufallsgröße, ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung	Punktschätzung und Intervallschätzung Konfidenzintervalle für Schätzungen	Schwankungsbreite und notwendiger Stichprobenumfang Prozentregeln für bestimmte Bereiche einer normalverteilten Zufallsvariablen
die Eigenschaften diskreter und stetiger Wahrscheinlichkeitsverteilungen nutzen	Die Binomialverteilung, die Normalverteilung	Bernoulli-Experimente und Binomialverteilung Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung Zentraler Grenzwertsatz und Normalverteilung	Gaußsche Glockenkurve und Standardisierungsformel, standardisierte Normalverteilung

Bewertungskriterien, Lernzielkontrollen und Mindestanforderungen

Mindestanforderungen

Die Inhalte sind durchwegs als grundlegend zu betrachten, da sie entweder die algebraischen Kenntnisse ausbauen oder Grundlage für weitere Stoffbereiche darstellen. Deshalb müssen die Inhalte in groben Zügen beherrscht bzw. an einfachen Beispielen dargelegt werden können.

Auf Inhalte der vorangehenden Schuljahre, auch wenn nicht explizit im Programm angegeben, muss Bezug genommen werden dürfen, da viele Inhalte im Curriculum immer wieder aufgegriffen werden.

Bewertungskriterien und Leistungskontrolle

Ziel der Bewertung soll in erster Linie sein, den Schülerinnen und Schülern einen Einblick in ihren derzeitigen Wissensstand bzw. Lernverhalten zu vermitteln. Deshalb wird eine möglichst breite und kontinuierliche Leistungskontrolle angestrebt, die eine Bewertung verschiedenster Schüleraktivitäten einschließt.

Für die Leistungskontrollen können in Abhängigkeit der behandelten Themenbereiche folgende Bewertungsmethoden herangezogen werden:

- Mündliche Prüfungen
- Schriftliche Testarbeiten
- Präsentation von Ergebnissen bzw. Hausübungen und Referaten
- Tests oder Arbeiten am Computer
- Unterrichtsdokumentation (z.B. Heftführung)

Die gestellten Aufgaben entsprechen folgenden Anforderungen:

- Reproduzieren und Reorganisieren
- Zusammenhänge herstellen
- Verallgemeinern und Reflektieren

In den Einzelbewertungen wird folgendes berücksichtigt:

- Das Problemlösevermögen
- Die Rechenfertigkeit und die Genauigkeit
- Die folgerichtige und geordnete Darstellung, Nachvollziehbarkeit

- Die korrekte Interpretation der Lösungen und das Überprüfen auf Sinnhaftigkeit
- Die korrekte Verwendung von Begriffen und Symbolen
- Der sinnvolle Einsatz von Hilfsmitteln
- Genauigkeit und Klarheit im Ausdruck und in der Präsentation
- Originalität und Kreativität
- Vertiefung der Lerninhalte
- Das Lösen der Problemstellungen in der vorgegebenen Zeit
- Konstruktiver Umgang mit Fehlern

Zur Schlussbewertung sollen folgende Gesichtspunkte herangezogen werden:

- fachliche Leistung bei mündlichen und schriftlichen Prüfungen sowie den anderen Überprüfungen
- Fortschritte in der Fähigkeit des Argumentierens, des Abstraktionsvermögens und Fähigkeit zum logischen Schließen
- aktive Mitarbeit und Aufmerksamkeit beim Unterricht
- Kontinuität und Zuverlässigkeit im Lernverhalten
- Fleiß und Leistung bei der Bewältigung der Hausaufgaben
- Bereitschaft und Fähigkeit, Neues und Ungewohntes zu bewältigen
- Selbständigkeit im Denken und Arbeiten
- Teamfähigkeit

Formative Bewertungselemente können zu einer formativen Ziffernote zusammengefasst werden, die am Ende des Semesters in das Register eingetragen wird. Diese soll die Arbeitshaltung der Schülerinnen und Schüler bewerten (Mitarbeit, Fleiß und Einsatz im Unterricht; Kontinuität und Zuverlässigkeit im Lernverhalten), die Disziplin und Gewissenhaftigkeit in der Verrichtung der Arbeitsaufträge und die Fähigkeit zur Selbstkontrolle und Selbsteinschätzung.

Die verschiedenen Leistungsbewertungen können für die Endnote verschieden gewichtet werden.